

Angelo Dei

# *Discesa con paracadute emisferico*

Movimento di un corpo in un fluido,  
fluidodinamica e resistenza aerodina-  
mica nell'aria durante la caduta libera.

*Prima edizione  
maggio 2010*

## **Indice generale**

Premessa.....	1
Lavoro ed Energia.....	1
Energia potenziale e cinetica.....	1
Resistenza aerodinamica.....	2
Paracadute.....	3

## Discesa con paracadute emisferico

### Premessa

Quanto descritto in questo documento è soltanto una discussione matematica di ciò che accade in generale ad un corpo che attraversa un fluido, ed in particolare ad un paracadute emisferico durante la discesa.

Non vi è nessuna rilevanza pratica per un paracadutista, e niente che possa aiutare a lanciarsi meglio o a perfezionare la tecnica di caduta, tuttavia vengono spiegati i concetti fisici che da Leonardo da Vinci ad oggi hanno appassionato ed avvicinato molte persone al sogno, che sembrava una cosa impossibile legata esclusivamente alla leggenda di Icaro.

### Lavoro ed Energia

Sono due concetti simili e complementari, in quanto il lavoro è la capacità di produrre energia e l'energia è la capacità di compiere un lavoro, da qui la teoria del moto perpetuo, un esempio di questo è il pendolo in quanto formato da una massa vincolata ad un perno alla quale forniamo energia con lo spostamento della mano, alzando la massa compiamo un lavoro facendogli acquisire energia potenziale, poi lasciandola essa trasformerà l'energia potenziale in energia cinetica, ritrovandosi in alto dalla parte opposta con velocità nulla ma energia potenziale massima, ed il ciclo si ripete e lo farebbe all'infinito se non fosse per gli attriti del perno e dell'aria.

Ed è proprio l'attrito dell'aria protagonista di questo racconto, un corpo qualsiasi in caduta libera è sottoposto ad una forza ed un'accelerazione costante, quindi in teoria la sua velocità aumenterebbe all'infinito, in realtà invece l'aria opponendo resistenza riesce a rallentare fino a stabilizzare la caduta, o come nel caso di alcune meteore a portare queste all'autocombustione grazie alla trasformazione di parte dell'energia in calore per effetto dell'attrito.

### Energia potenziale e cinetica

Se prendo un sasso e lo sollevo da terra, ho compiuto un lavoro, in fisica il lavoro è dato dalla forza impiegata per lo spostamento effettuato nella stessa direzione della forza, fornendo al sasso stesso un'energia potenziale; se lascio cadere il sasso questo trasformerà la sua energia potenziale in energia cinetica acquistando velocità, cadendo su della sabbia al momento dell'impatto farà una buca tanto più profonda quanto da più in alto lo lascio cadere, o a parità di altezza quanto più grande sarà la sua massa, vediamo perché.

$$L = F \cdot S \quad F = m \cdot a \quad S = \frac{v^2}{2a} \quad L = m a \frac{v^2}{2a} \quad \boxed{L = \frac{1}{2} m v^2} \quad L = E_p + E_c$$

Abbiamo il lavoro  $L$  che è dato dalla forza  $F$  per lo spostamento  $S$ , a sua volta la forza è data dalla massa per l'accelerazione, mentre lo spostamento nel caso della caduta libera è il quadrato della velocità diviso il doppio dell'accelerazione, arrivando alla formula generale del lavoro che equivale all'energia potenziale  $E_p$  acquisita e all'energia cinetica  $E_c$  che si svilupperà una volta lasciato cadere il sasso, a conferma del fatto che sono tutti fenomeni legati tra loro.

Notiamo alcune cose interessanti, innanzi tutto il passaggio dell'energia potenziale all'energia cinetica non è istantaneo, ma avviene gradualmente, all'inizio avremo  $E_p$  massima e  $E_c$  zero, lungo la caduta l' $E_p$  trasferirà gradualmente all' $E_c$  la sua energia sino a che a terra  $E_p$  sarà zero ed  $E_c$  sarà

massima e verrà usata totalmente per creare la buca per terra, pertanto possiamo affermare che  $E_p + E_c = L$  e cioè l'energia in gioco è uguale al lavoro svolto per crearla e che la somma delle energie è costante in quanto al diminuire di una aumenta dello stesso valore l'altra.

Altra cosa da notare riguardo all'energia prodotta è che se raddoppio la massa avrò il doppio dell'energia, mentre se raddoppio la velocità, e questo posso farlo spostando più in alto il sasso, l'energia sarà molto di più perché la velocità è elevata al quadrato.

## Resistenza aerodinamica

Quello che ho detto nel paragrafo precedente non è del tutto vero, l'energia al momento dell'impatto a terra non è proprio uguale a quella di partenza, ma leggermente minore, in quanto una parte è stata perduta sotto forma di calore per l'attrito con l'aria, per l'esempio del sasso la quantità persa è talmente irrisoria che non vale la pena di parlarne, ma se ripeto l'esperimento da un'altezza molto elevata o, visto che siamo in tema, prendo un paracadutista lanciato in caduta libera da 4500 metri (AFF) allora il fenomeno comincia ad acquistare una valenza maggiore.

Un corpo in movimento in un fluido incontra una resistenza fluidodinamica, quella che comunemente chiamiamo attrito, i fattori che influenzano questo dato sono la natura del fluido e del corpo insieme alla forma e alla velocità.

Nel caso in cui il fluido sia l'aria, la resistenza si chiama aerodinamica ed avremo la seguente relazione:

$$R = \frac{1}{2} Cr \rho v^2 A \quad \rho = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} \left( \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right)$$

dove:

- $R$  = resistenza aerodinamica
- $Cr$  = coefficiente di resistenza aerodinamica (penetrazione)
- $\rho$  = (lettera greca rho) densità dell'aria
- $A$  = area della superficie esposta all'aria
- $v$  = velocità del corpo

ricordo che la densità è il rapporto tra la massa ed il volume di una sostanza, e nel caso dell'aria il valore varia in funzione della pressione atmosferica e della temperatura, assumendo un valore medio di circa  $1,2 \text{ Kg/m}^3$ .

Inoltre la formula della resistenza è valida per qualsiasi sostanza fluida basta sostituire alla parola aria il fluido interessato.

Riepilogando un corpo che cade immerso nell'aria incontra una resistenza che è influenzata dalla sua forma ( $Cr$ , che in industria automobilistica è noto come  $Cx$ ), dalla superficie esposta all'aria e soprattutto dalla sua velocità.

La resistenza equivale esattamente ad una forza, anche se virtuale perché indotta dal movimento, ed aumenta con il quadrato della velocità, è chiaro che, aumentando la velocità, ci sarà un momento in cui la forza della resistenza andrà in equilibrio alla forza di gravità ( $F = mg$ ), dal quel momento in poi, come è noto dal primo principio della dinamica la velocità non aumenterà più ma assumerà un andamento costante prendendo il nome di velocità limite ( $VL$ ),

$$\frac{1}{2} Cr \rho v^2 A = m g \quad VL = \sqrt{\frac{2 m g}{Cr \rho A}}$$

ecco perché un paracadutista in caduta libera che assume la forma ad angelo (X orizzontale) si stabilizza su un valore di circa 200 Km/h (questo valore non l'ho mai misurato, si tramanda

oralmente tra paracadutisti, ma indipendentemente dall'esattezza del dato quello che conta è la correttezza della teoria), invece per quanto riguarda il paracadute che scende a velocità costante è noto a tutti.

## Paracadute

Il paracadute emisferico è nato per frenare la caduta, quindi la sua natura non è propriamente basata sull'attrito radente, ma ingabbia l'aria nella calotta e la comprime fino a creare una superficie fluida orizzontale, se si creasse una superficie orizzontale rigida non sarebbe stabile, qualcosa di simile è fatto dal paracadute ad ala che è un ibrido dei due, ha dei cassoni che ingabbiano l'aria per garantire una discesa verticale ma l'ala, come suggerisce la parola stessa, si basa sulla portanza e quindi sulla velocità orizzontale.

Ma torniamo al nostro tondo (l'emisferico) qual'è il suo coefficiente di resistenza aerodinamica  $Cr$ ? proviamo a calcolarlo, per farlo utilizzerò i dati del paracadute americano SET10 della Strong Enterprises.

I dati che abbiamo a disposizione sono:

Diametro della calotta: 10 metri

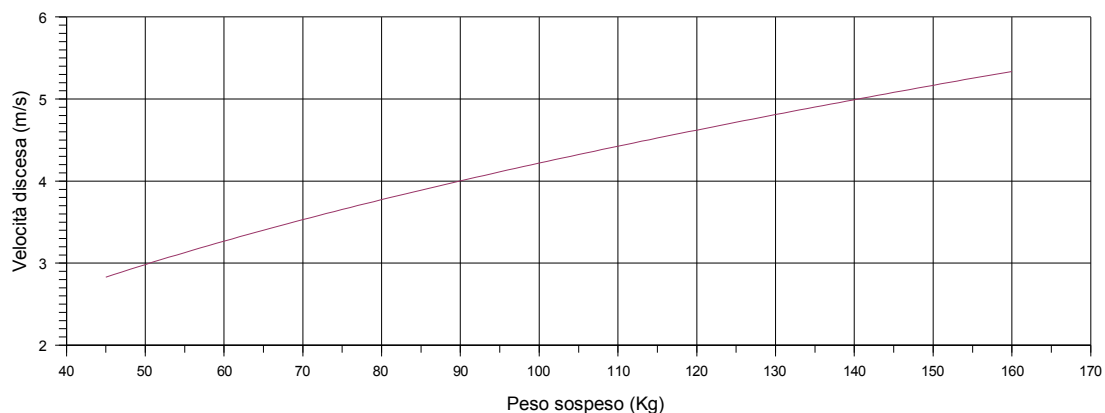
Velocità di discesa: 4 m/s con un peso di 90 Kg

$$Cr = \frac{2mg}{\rho v^2 A} \quad A = \pi r^2 = \pi 5^2 = 78,5 m^2 \quad Cr = \frac{2 \cdot 90 \cdot 9,81}{1,2 \cdot 4^2 \cdot 78,5} = 1,17$$

Il  $Cr$  è un numero puro e quindi adimensionale, conoscere il suo valore ci permette di stabilire quale sarà la velocità di discesa conoscendo il nostro peso comprensivo di equipaggiamento, ad esclusione del solo paracadute dorsale (circa 14 Kg) poiché il contenitore (bag) rimane appeso all'aereo e la calotta una volta aperta non pesa più, mentre l'imbraco è poca cosa.

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{Cr \rho A}} \quad \text{ovvero conoscendo i dati: } v = \frac{\sqrt{m}}{2,37}$$

Ecco un grafico che esprime la velocità di discesa rispetto ai valori di peso min e max (45-160 Kg)



Buon lancio a tutti

Angelo Dei